**DST Mathématiques**

**Durée : 1 h 45**

*Présentation et orthographe seront pris en compte dans le barème de notation.*

*Les calculatrices graphiques sont autorisées pour ce sujet.*

**EXERCICE 1 :** *6,5 points*

On considère la fonction  définie sur I = lR par : .

Soit C la courbe représentative de f dans un repère orthonormé ( O ; )

1. Montrer que la dérivée  de est . Factoriser 
2. Etudier le signe de  sur I. En déduire le sens de variation de  sur I et le tableau de variation de .
3. Existe-t-il des points de la courbe en lesquels la tangente a pour coefficient directeur 1 ?

*Question Bonus*

1. Déterminer une équation de la tangente T à C au point d’abscisse -1.

**EXERCICE 2 :** *6,5 points*

Un laboratoire pharmaceutique fabrique et commercialise un produit. Ce laboratoire peut produire de 5 à 30 kg du produit par semaine.

Le prix de revient d’un produit dépend de la quantité produite.

Pour  kg de produit fabriqué, le prix de revient moyen d’un kg de ce produit, exprimé en euros, est modélisé par la fonction suivante :  pour  appartenant à [5 ; 30]

1. Le coût total de production est égal à : . Donner l’expression du coût total de production en fonction de 

Vous trouverez ci-dessus le graphique représentant la courbe représentative de la fonction sur l’intervalle [5 ; 30].

1. Par lecture graphique, estimer la quantité dont le coût total de production est 600 €
2. Après une étude de marché, le prix de vente du produit a été estimé à 60 € le kg. Donner en fonction de  l’expression  de la fonction modélisant la recette. Représenter graphiquement la fonction  sur le graphique donné
3. Le laboratoire souhaite connaître l’intervalle dans lequel doit se trouver la quantité de produit à vendre pour réaliser un bénéfice. Déterminer graphiquement quel est cet intervalle *(Vous laisserez les tracés nécessaires à la lecture graphique)*
4. Donner, en fonction de , l’expression  du bénéfice réalisé par l’entreprise, c'est-à-dire la différence entre la recette et le cout de fabrication, exprimé en euros.
5. Calculer et montrer que 
6. Etudier le signe de et dresser le tableau de variation de  sur l’intervalle [5 ; 30]
7. En déduire, en considérant que la production est entièrement vendue, la quantité à produire pour réaliser un bénéfice maximum.

**EXERCICE 3 :**  *7 points*

Déterminer une primitive des fonctions suivantes

**1.**  

**2.** 

**3.** 

**5.** 

**6.**

**7.** 